

Academiejaar: 2019–2020  
Opleiding: Bachelor in de Toegepaste informatica  
Fase: 1  
Examinator: G. Jongen, T. Eversdijk, J. Van Hee  
OPO: MBI72– Bomen & Grafen  
OLA: MBI72a– Bomen & Grafen  
Hulpmiddelen: Niet-grafisch rekenmachientje  
Datum: 11 juni 2020  
Beginuur: 13  
Tijdsduur: 2 uur + evt. 30 % extra tijd



Student: ..... Nr: ..... Reeks: .....

---

- Deze opgaven vormen het eerste deel van het examen. Je krijgt het volgende deel (praktisch op je eigen laptop) pas als je deze bundel afgeeft.
- Vul naam, nummer en reeks in op het voorblad.
- Maak de nietjes van deze bundel niet los.
- Er is één grote vraag per blad, meestal onderverdeeld in verschillende deelvraagjes.
- Er zou voldoende ruimte moeten zijn onder elke vraag om het antwoord en een korte berekening of figuur in te vullen. Als je toch niet genoeg plaats hebt, kan je de achterkant van het vragenblad gebruiken, maar duid dat dan heel duidelijk aan (“Zie achterkant”, een dikke pijl, ...).
- Zoals je weet staat dit schriftelijk deel op 8 van de 20 punten. Het cijfer hieronder op 10 wordt dus herrekend naar 8 ...

Veel succes!

Vraag	Punten	Score
Aantal knopen in een binaire heap met diepte $d$	2	
Wandelen in een binaire boom	2	
Binaire Zoekboom (BST)	2	
Methode van Dijkstra	4	
Totaal	10	

**Vraag 1. Aantal knopen in een binaire heap met diepte  $d$  (2 punten)**

Je weet wat de *diepte* van een binaire boom is. Gegeven is een binaire (max of min, dat doet er voor deze vraag niet toe) heap, wat een speciaal geval van een binaire boom is. Je mag voor de twee onderstaande vraagjes een tabel, voorbeeld, ... tekenen waarmee je de formule gevonden hebt, maar dat hoeft niet. De twee formules volstaan.

(a) Geef een formule voor het *maximale* aantal knopen in een binaire heap met diepte  $d$ .

(b) Geef een formule voor het *minimale* aantal knopen in een binaire heap met diepte  $d$ .

**Vraag 2. Wandelen in een binaire boom (2 punten)**

Bekijk een knoop X in een binaire boom. Er is gegeven dat X **twee** kinderen heeft. Bij een *in-order* wandeling door de boom wordt X onmiddellijk gevolgd door Y. We geven nu vier zinnen over Y. Na de vier zinnen komt de vraag, in twee stukjes.

- (a) Y heeft geen rechterkind.
- (b) Y heeft geen linkerkind.
- (c) Y heeft twee kinderen.
- (d) Geen van de bovenstaande zinnen is juist.

1. Welke van de vorige zinnen is altijd waar over Y? Omcirkel de letter voor de juiste zin.
2. Leg je antwoord hieronder uit met een duidelijk voorbeeld (teken een kleine binaire boom).

**Vraag 3. Binaire Zoekboom (BST) (2 punten)**

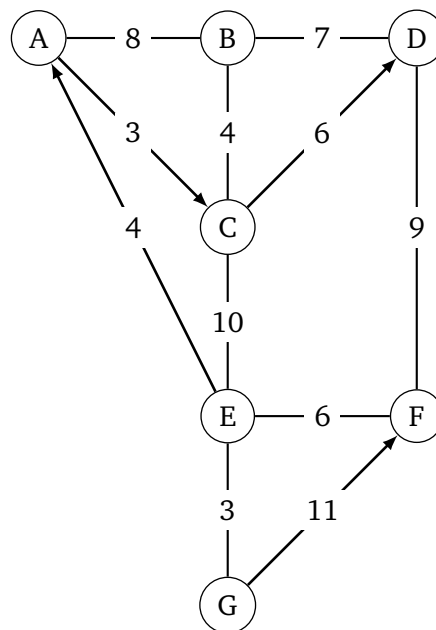
Een BST bevat in de knopen natuurlijke getallen in het bereik  $[37, 573]$ . Niet alle getallen komen voor, maar die die in de BST staan zitten in het gegeven interval. We zoeken in deze BST naar het getal 273. Dit getal staat echter niet in de BST. Bij deze zoektocht naar 273 onderzoeken we de getallen in verschillende knopen. Welke van onderstaande opeenvolgingen van getallen zouden het resultaat kunnen geweest zijn van onze zoektocht? Onderzoek de drie opeenvolgingen en toon aan welke onmogelijk zijn.

- (a) 81, 537, 102, 439, 81, 376, 305
- (b) 142, 248, 520, 386, 345, 270, 307
- (c) 550, 149, 507, 395, 463, 402, 270

**Vraag 4. Methode van Dijkstra (4 punten)**

De graaf van figuur 1 bestaat uit 7 knooppunten.

- (a) Gebruik de methode van Dijkstra om het kortste pad te bepalen van knooppunt G naar de andere knooppunten van het netwerk. We zagen in de les een tabelmethode en de vertaling hiervan met matrices. Hier gebruik je de tabelmethode.
- (b) Leg kort (max. drie zinnen) uit hoe één iteratie van het algoritme loopt.
- (c) Gebruik nu deze eindtabel uit vraag (a) om de kortste afstand van G naar het punt D af te lezen.
- (d) Geef voor de kortste afstand van G naar D het pad. Leg voor dit pad kort uit hoe je dat opbouwt vanuit de tabel die je in punt (a) maakte.



**Figuur 1** Figuur bij vraag Dijkstra

Extra pagina voor als je wat plaats tekort komt ...